Rosetones del románico gallego con geometría dinámica.

III Premio FEAE Galicia a la Innovación educativa "Rafael Rodríguez Martín". Modalidad Equipos de profesorado

Maneiro Catoira
Profesor de Bachillerato
IES Puga Ramón
A Coruña

Introducción.

El premio FEAE Galicia a la innovación académica, en su tercera edición, y en su modalidad para equipos de profesorado, recayó en el proyecto "*Rosetones del románico gallego con geometría dinámica*". Este novedoso proyecto multidisciplinar (PM) de tipo STEAM ha sido implementado en el curso académico 2022-23 con un grupo de 11 alumnos/as de 1º de bachillerato de ciencias y tecnología en el IES Rafael Puga Ramón de A Coruña por los departamentos docentes de Geografía e Historia, Lengua Gallega y Literatura, y Lengua Castellana y Literatura, bajo la coordinación del Dpto de Matemáticas.

El proyecto tiene como núcleo la geometría dinámica (GD) de software libre (Geogebra), herramienta que permite, empleando conceptos matemáticos, analizar y valorar el patrimonio artístico gallego al tiempo que prepara al alumnado para adaptarse a los acelerados cambios de la sociedad digital. Además, impulsa las habilidades de comunicación en las dos lenguas cooficiales, mediante la discusión de forma rigurosa y en equipo, de problemas contextualizados en el románico gallego, preparando una memoria y una

exposición que deben ser defendidas en público. Potencia, además, de manera especial, tanto el pensamiento crítico, pues el alumnado aprende a valorar el arte a través del prisma de la GD, descubriendo que todo está pensado y elaborado bajo una incuestionable base matemática, como el pensamiento creativo, pues los alumnos/as crean, mediante el software de GD, sus propios diseños de rosetones. El proyecto es, en sí mismo, una manifestación de la importancia de las matemáticas y para ello, el alumnado construye físicamente los rosetones trazados con GD empleando como soporte las mamparas del Covid (este hecho, juntamente con el uso de software libre, hacen que el proyecto sea sostenible). Además, realiza paneles explicativos de las propiedades matemáticas que tiene el proceso constructivo de cada obra de arte.

Líneas de acción del proyecto.

El proyecto busca dar respuesta a los retos en la educación del siglo XXI, abordando las siguientes líneas de acción:

a En primer lugar, y para el caso de la enseñanza de las matemáticas, gran cantidad de expertos/as coinciden en que es necesario involucrar las tecnologías de la información y comunicación (TIC) para facilitar la solución de problemas reales así como el aprendizaje colaborativo [1-4]. Así este proyecto se focaliza en la T (Technology), la A (Arts) y la M (Mathematics) del acrónimo STEAM, ofreciendo una combinación original en el ámbito de proyectos STEAM en la educación secundaria, que suelen estar más asociados al ámbito de la robótica.

   Cultivando una disciplina específica de las matemáticas, la geometría, y empleando un software de GD como núcleo de un aprendizaje multidisciplinar, el proyecto usa las tecnologías emergentes, minimizando la sensación de temor que a veces se produce en el alumnado. Así, la GD permite al/la estudiante experimentar con objetos geométricos y sus relaciones, haciendo conjeturas que pueden ser verificadas con las herramientas que dispone, las cuáles le ayudan a moverse desde la argumentación a la deducción lógica, al tiempo que medita en el proceso de resolución de un problema [4]. De hecho, la GD fue concebida originalmente como soporte para el descubrimiento guiado, proveyendo, entonces, una ruta de acceso a reflexiones más complejas y exploraciones más exquisitas que las ofrecidas por la geometría convencional con papel y lápiz [5-7].

b El proyecto aumenta la capacidad del alumnado para la resolución de problemas reales de manera creativa, planteando problemas geométricos contextualizados en las iglesias románicas gallegas objeto de estudio (problemas relacionados con su mantenimiento, con una posible restauración arquitectónica, con un hecho histórico, etc.). Por lo tanto, los/as alumnos/as llevan a cabo investigaciones, colaboran y diseñan hipótesis.

c Con unas claras directrices de equidad e igualdad en la planificación, el proyecto pretende impulsar una mayor cuota de las mujeres en los ámbitos STEAM.

d Además de las matemáticas, el proyecto promueve otras disciplinas como la historia y el arte, fomentando el conocimiento y valoración de la creación artística presente en el patrimonio histórico/artístico de Galicia, y, por supuesto, impulsando las lenguas gallega y castellana, impulsando las capacidades comunicativas.

e Se trabaja en equipo y se aprende a tomar decisiones conjuntas.

f El alumnado aprende mediante la experimentación en primera persona, mejorando con eso la retención a largo plazo de los conceptos aprendidos.

g Se mejora el pensamiento crítico individual pues el alumnado observa, reflexiona, valora y admira estas geniales obras a través del prisma de la GD y valora el talento y la belleza asociadas a estas joyas de la arquitectura que esconden multitud de conceptos matemáticos. Primero por tanteo, y luego asistidos por el profesor coordinador, el alumnado descubre que nada se dejó a la improvisación sino que el artista (también técnico) deja patente que todo está pensado y elaborado bajo una incuestionable base matemática. De este modo, bajándose a las catacumbas de la geometría pero con herramientas actuales, se valoran, en su justa medida, estas obras de arte.

h Se estimula la autoestima del alumnado, por una parte, mostrando en una exposición en el instituto los resultados finales, y por otra, presentando el proyecto al concurso de FEAE Galicia.

i Se potencia el pensamiento creativo del alumnado y sus ganas de crear cosas nuevas con aquello que aprende, pues aparte de los rosetóns del románico gallego, el alumnado debe diseñar con GeoGebra y luego a construir físicamente, un rosetón de su propia creación con el propósito de hacer una sección independiente en la exposición del instituto bajo el epígrafe: "rosetones creativos".

Una metodología transferible, unos objetivos exigentes.

El PM se programó para desarrollarse en un total de 20 sesiones (una sesión de 50 minutos semanal) ocupando un total de dos trimestres, y se articuló alrededor de 4 ejes metodológicos (fig. 1):

1) Aprendizaje inductivo-deductivo, a través de actividades que fomentan, a corto-medio plazo, el proceso cíclico del aprendizaje inductivo-deductivo. Por una parte, habrá actividades de tipo inductivo, que partan de objetos, hechos, experiencias, que potencien el constructivismo a través del ordenador, etc… y por otra parte, tendremos actividades de tipo deductivo (subpartes rutinarias de un problema mayor, no rutinario), para aprender e interrelacionar los conceptos.
2) Las matemáticas como elemento cultural. En un PM de arte el alumnado aprende a apreciar las matemáticas en sí mismas, es decir, a valorar el papel de las matemáticas en la cultura (desarrollo de las civilizaciones, manifestaciones artisticas, biografías de matemáticos, artistas, arquitectos, etc…), y en la sociedad en general (en el comercio, en la economía, en las TIC, etc...).

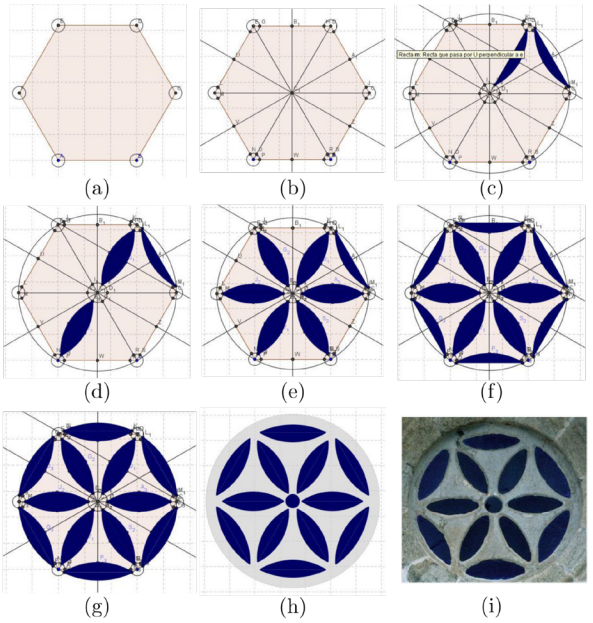
3) La resolución de problemas no basados en la rutina para los que sea preciso involucrar procesos de análisis, interpretación, razonamiento, predicción, evaluación y reflexión (cómo muchos que surgen en la vida real). Para abordar la resolución de un problema, aparte de unos apropiados conocimientos matemáticos, es necesario desarrollar habilidades de organización, de comunicación, de planteamiento de preguntas, y de trabajar en equipo de manera efectiva. Se resuelven problemas realistas contextualizados en el patrimonio artístico gallego.
4) Las TIC, a través del empleo de software libre: GeoGebra (geometría dinámica), Inkscape (diseño vectorial), o Wolfram Alpha (buscador semántico de matemáticas).

A través de los 4 ejes metodológicos se va construir el sustrato de conocimientos idóneo para el desarrollo del PM, que a su vez, contribuirá a consolidar de forma efectiva -por su carácter práctico- los conceptos geométricos y alcanzar una serie de objetivos educativos concretos (fig. 1).

Desarrollo del proyecto.

Diseño con GeoGebra de rosetones del románico gallego y de rosetones creativos.

La fig. 2 muestra los resultados obtenidos por un grupo de alumnos/as con la finalidad de ilustrar el papel de la GD en este proyecto. En primer lugar, analizaron la imagen real de un rosetón románico (fig. 2i) con el fin de trazarla mediante GD, y además, justificar adecuadamente los conceptos matemáticos utilizados.

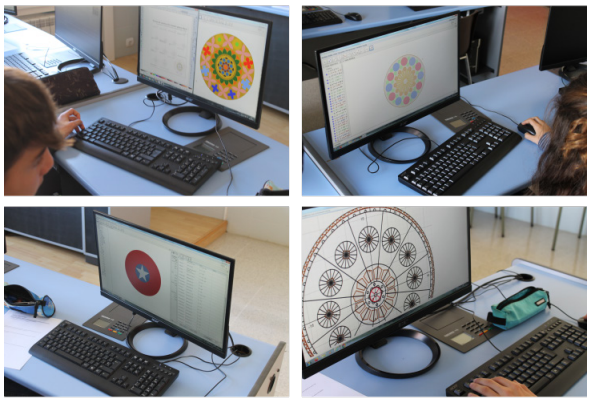


Este grupo de alumnos/as tuvo que descubrir cómo aplicar sucesivamente los conceptos geométricos en las distintas fases de construción para trazar el rosetón de la iglesia románica de Santa María da Atalaia, en Laxe, A Coruña. El rosetón es una rosa celta de seis pétalos con un nivel de dificultad medio-bajo. Al tratarse dun problema abierto, el alumnado debe ser creativo y justificar los conceptos matemáticos aplicados.(a) El punto de partida de los alumnos/as es un hexágono con círculos en sus vértices; (b) diagonales, apotemas e intersecciones; (c) circunferencia, arco por tres puntos y rotación alrededor de un punto; (d)-(g) simetría axial, simetría respecto a un punto y rotación (de nuevo); (h) finalmente, el alumno aplica los comandos de GeoGebra para ocultar algunos objetos y le da el color final; (i) imagen real del rosetón.

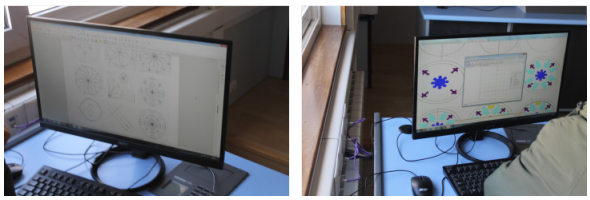
Comenzaron debatiendo el punto de partida: un círculo, un polígono etc. Los alumnos/as tuvieron la oportunidad de evaluar las conjeturas previas de una manera ágil mediante GD. En este caso, decidieron que era más sencillo empezar dibujando un hexágono regular (fig. 2a). Una vez que tenían el hexágono, pudieron obtener los extremos de los pétalos exteriores trazando unos círculos en sus vértices. Después de esta primera fase, los alumnos experimentaron una situación de bloqueo y no supieron como continuar con el trazado. Fue entonces cuando el profesor coordinador decidió darles ciertas pistas: "recordad los conceptos de diagonal, mediatriz, bisectriz,…". Como fueron capaces de dibujar rápidamente los diferentes segmentos y líneas asociados a un hexágono regular (por ensayo y error, con GeoGebra se deshace fácilmente algo indeseable), dedujeron una propiedad: las mediatrices de los lados del hexágono regular y las bisectrices de los ángulos centrales coinciden (fig. 2b).

El siguiente reto era trazar los pétalos. Para empezar, se dieron cuenta de que la circunferencia circunscrita al hexágono delinea los pétalos exteriores. Además, dedujeron que los puntos centrales de cada uno de los arcos que forman un pétalo de la Hexafolia Celta

Diseño de rosetones con GeoGebra



Diseño de paneles del proceso matemático de construcción

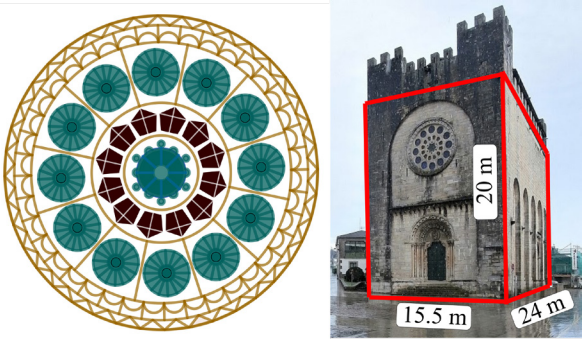


están situados, bien en la bisectriz de los lados, bien en la bisectriz de los radios del hexágono (fig. 2c). Este descubrimiento les permitió no solo estudiar más sólidamente los lugares geométricos en matemáticas, sino también comprender su importancia en la arquitectura. En este punto, el profesor coordinador tuvo que ayudarles de nuevo, mostrándoles mediante ejemplos en otros contextos, las opciones de realizar fácilmente transformaciones en el plano con GD. Tras una serie de experimentos de ensayo y error para determinar centros de rotación ejes o puntos de simetría, sentidos de giro etc., fueron capaces de realizar una serie de transformaciones en el plano (rotaciones y simetrías) con los arcos que forman los pétalos (figs. 2c-2g), para llegar finalmente a un armonioso diseño. En resumen, los/las alumnos/as aprendieron de forma cooperativa y construtivista, a través de la GD, los conceptos matemáticos indicados anteriormente que, además, explicaron a los/las compañeros/as. De forma añadida, diseñaron unos paneles exportando los archivos de GeoGebra a formato vectorial svg y luego los trataron con el software libre de diseño vetorial Inkscape antes de enviar a la imprenta. Además, el alumnado da unas pinceladas históricas en dicho panel/póster sobre el rosetón. Por otro lado, un proyecto multidisciplinar relacionado con el arte debe fomentar el pensamiento creativo. En este sentido, el alumnado tuvo la oportunidad de crear y elaborar mediante GeoGebra sus propios rosetones, que además construyeron físicamente y formaron parte, en una sección independiente, de la exposición que se realizó en el instituto y en la ceremonia de entrega de premios.

Problemas contextualizados.

La resolución de problemas es uno de los 4 paquetes metodológicos aplicados en este proyecto. Problemas que no están basados en la rutina, en los que es preciso analizar, interpretar, razonar, predecir, evaluar y reflexionar, en definitiva, problemas que preparan al alumnado a encarar aquellos que les surgirán en la vida real. Es este un eje metodológico exportable a cualquier otra disciplina: en el caso de materias científico-técnicas es inmediato, y para otras disciplinas una actividad equivalente serían los casos prácticos (p.e. los empleados habitualmente en las pruebas de oposiciones). En el caso de este proyecto, la resolución de problemas precisa de unos adecuados conocimientos matemáticos, de saber formular preguntas, de habilidades de organización y comunicación, y de saber trabajar en equipo. Planteamos problemas que abren la puerta a conocer aspectos históricos, y que deben ser comunicados de forma atractiva en público. En el diseño de estos problemas, interviene de forma efectiva el Dpto de Geografía e Historia. A modo ilustrativo, se expone el siguiente ejemplo de problema real contextualizado:

En los años 60, las obras del embalse de Belesar trajeron como consecuencia la inundación total del pueblo de Portomarín, siendo trasladada, piedra a piedra, la iglesia-fortaleza de San Xoán a la nueva localidad de Portomarín. Este edificio es una joya del románico construida en el siglo XIII, con un fabuloso rosetón (recreado en GeoGebra en este proyecto). Aprovechamos esta circunstancia histórica como elemento motivante para resolver el siguiente problema en grupos: *"La nave principal de la iglesia es ortoédrica con las dimensiones de la fig. 3. Si el ancho de los muros es de 40 cm, sabiendo que la densidad del granito empleado en la obra es 2646 Kg/m3, determina: (1) Cuántos viajes tuvo que dar un camión que transportaba 20 Tn por viaje? (2) Una vez reconstruido el edificio, se hizo una limpieza de la piedra del exterior de la nave principal cuyo coste equivalente en euros fue de 4.50 €/m2, cuanto costó esta limpieza?"*



Construcción de los rosetones diseñados. Sostenibilidad económica.

La construcción física de los rosetóns diseñados tiene una doble componente didáctica: por una parte impulsa aspectos como la convivencia participativa o la importancia de trabajar en equipo de manera eficiente de cara a cumplir con los plazos del proyecto, y por otro, acerca una componente de motivación adicional por la realización de una exposición en el instituto y la participación

en el concurso de FEAE Galicia (dos objetivos claros y estimulantes para el alumnado). Es de resaltar la condición de este proyecto como económicamente sostenible, pues emplea tecnologías gratuitas de vanguardia (software libre de XD y de diseño vectorial) de manera innovadora (revitalizando a las instituciones educativas, haciendo exposiciones del trabajo), poniendo en valor el patrimonio histórico gallego y empleando en la construcción física de estas obras, materiales reciclados (mamparas del Covid).

Procesos de construcción

Resultados.

Se realiza una exposición de los rosetones y paneles que tiene la característica de ser fácilmente transportable y montable. Por lo tanto se pueden hacer otras exposiciones en distintos lugares con una logística sencilla (transporte de láminas de metacrilato).

Resultados

Evaluación e impacto.

En cuanto a la evaluación del desarrollo del proyecto, destacar: (1) al ser un proyecto multidisciplinar se impulsaron aspectos de gran relevancia en la futura vida activa del alumnado p.e., el empleo de nuevas tecnologías, el trabajo en equipo, el espíritu emprendedor, el pensamiento creativo o la exposición en público; (2) se observó un gran nivel de motivación por el hecho de hacer trabajos propios que suponen un reto, requiriendo un gran esfuerzo (así son los proyectos reales en el mundo laboral) con una meta clara: una exposición y la presentación a un concurso; (3) se atendió a la diversidad del alumnado de forma eficaz e inherente a la metodología multieje: el alumnado de mayor nivel de competencia (p.e., altas capacidades) pudo afrontar los retos más difíciles, bien las tareas más creativas, bien las de mayor dosis de pensamiento divergente, y además tuvo el aliciente de poder llevar a la excelencia las exposiciones orales. En el caso del alumnado con más dificultades, pudieron desarrollar con maestría otras destrezas (p.e., motricidad fina), asumiendo tareas igualmente motivadores y cruciales en el proyecto; (4) es un proyecto con una alta dosis de innovación educativa que presenta las matemáticas como una herramienta fundamental en el desarrollo de proyectos multidisciplinares reales, preparando al alumnado para adaptarse a los rápidos cambios de la sociedad digital.

En cuanto al impacto del proyecto, observamos una mejora en las actitudes y habilidades del equipo de docentes en la formación y desarrollo de proyectos multidisciplinares en el centro, un alto interés y motivación del alumnado, y un aumento del interés entre el profesorado e incluso de otros centros en participar y realizar actividades innovadoras en matemáticas (en la divulgación de la utilidad y la belleza de las matemáticas). ●

Referencias

[1] Hilbert, M., López, P., 2011. The world's technological capacity to store, communicate, and compute information. Science 332, 60–65. http://science.sciencemag.org/content/332/6025/60/tab-pdf

[2] Sanjoy Mahajan, Mathematics for the 21st century: what should students learn? Center for curriculum redesign. Boston, Massachussetts, 2014. http://www.curriculumredesign.org

[3] National Council of Teachers of Mathematics, 2015. Strategic use of technology in teacher and learning mathematics.

[4] Olive, J., Makar, K., Hoyos, V., Kor, L., O.Kosheleva, Sträßer, R., 2009. Mathematical Knowledge and Practices Resulting from Access to Digital Technologies. Springer US.

[5] Ruthven, K., Hennessy, S., Deaney, R., 2008. Constructions of dynamic geometry: A study of the interpretative flexibility of educational software in classroom practice. Computers & Education 51, 297 – 317.

[6] Straesser, R., 2002. Cabri-géomètre: Does dynamic geometry software (dgs) change geometry and its teaching and learning? International Journal of Computers for Mathematical Learning 6, 319–333.

[7] The GeoGebra Group, 2023. GeoGebra. https://www.geogebra.org